Devoir surveillé de mathématiques n°2 14 octobre 2011 | 2nde

Nom :

Exercice 1 : (5) Calculer A, B, C, D et indiquer à quel plus petit ensemble de nombre auquel ils appartiennent .
(NE PAS OUBLIER D'INDIQUER A QUEL ENSEMBLE CHACUN DES NOMBRES APPARTIENT!)

$$A=\frac{\frac{4}{3}-2}{\frac{1}{3}-\frac{1}{9}} \qquad B=\frac{3\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \qquad C=\frac{(2\times 3^{-3})^3}{3^{-8}} \qquad D=\frac{3}{\sqrt{3}}$$

Exercice 2 : (8)
On considère la fonction définie sur ℝ par :

$$f(x)=(9x^2-25)-2(3x+5)(x-1)$$

1°) Développer et réduire *f*.

2°) Montrer, en factorisant, que $f(x)=(3x+5)(x-3)$

3°) Utiliser la forme la plus adaptée et pour répondre aux questions suivantes :

a) Calculer l'image de 0 par *f*

b) Calculer $f(1+\sqrt{2})$ (donner le résultat sous la forme la plus simple possible)

c) Calculer les éventuels antécédents de 0 par *f*

d) résoudre l'équation $f(x)=-15$

Exercice 3 :(2,5) $f(x)=\sqrt{5-2x}$ et $g(x)=\frac{2x+4}{18-2x^2}$.
Déterminer les domaines de définitions des fonctions *f* et *g*.

Exercice 4 : (4,5)
1°)
a- Déterminer l'ensemble S_2 des solutions de l'inéquation $x<2(6000-x)$

b- Déterminer l'ensemble S_1 des solutions de l'inéquation $6000-x<\frac{2}{3}x$.

c- Déterminer $S_1 \cap S_2$

2°) Un employeur décide d'accorder a ses deux chefs de projets une prime annuelle pour leur travail. Il dispose de 6000 € (qu'il dépensera totalement) .
Le travail effectué par chacun des chefs de projet n'a pas été le même.
En conséquence, il décide que le second ne devra pas recevoir plus des $\frac{2}{3}$ de la somme reçue par le premier, mais que le premier doit avoir moins du double de la somme perçue par le second.

Expliquer comment on peut, à l'aide de la question 1°), donner des précisions sur la somme reçue par le premier.

Exercice 5 :(bonus) *x* est un nombre différent de 0, 2 et -2.

$$A=\left(\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}\right)\times\frac{x^2-4}{x}$$

Déterminer, en justifiant, à quel plus petit ensemble appartient A (quel que soit la valeur de *x* différente de 0, 2 et -2)

Correction du DS de mathématiques n°2 14 octobre 2011 2nde

Exercice 1 : (5)

$$A=\frac{\frac{4}{3}-2}{\frac{1}{3}-\frac{1}{9}}=\left(\frac{4}{3}-\frac{6}{3}\right):\left(\frac{3}{9}-\frac{1}{9}\right)=\frac{-2}{3}:\frac{2}{9}=\frac{-2}{3}\times\frac{9}{2}=\frac{-9}{3}=-3 \quad \in \mathbb{Z}$$

$$B=\frac{3\sqrt{8}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{4}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{3\times2\sqrt{2}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}+1\text{sqrt }2}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=7 \quad \in \mathbb{N}$$

$$C=\frac{(2\times3^{-3})^3}{3^{-8}}=\frac{2^3\times3^{-9}}{3^{-8}}=2^3\times3^{-9-(-8)}=2^3\times3^{-1}=\frac{2^3}{3^1}=\frac{8}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$D=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

Exercice 2 : (8)

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=9x^2-25-2(3x+5)(x-1)$

1°) $f(x)=9x^2-25-2(3x^2-3x+5x-5)=9x^2-25-6x^2+6x-10x+10=3x^2-4x-15$

2°) $f(x)=9x^2-25-2(3x+5)(x-1)=(3x-5)(3x+5)-2(3x+5)(x-1)$

$= (3x+5)[(3x-5)-2(x-1)]$

$= (3x+5)[3x-5-2x+2]$

$= (3x+5)(x-3)$

3°)a) $f(0) = 3\times0^2-4\times0-15=-15$ L'image de 0 est -15

b) $f(1+\sqrt{2})=3\times(1+\sqrt{2})^2-4\times(1+\sqrt{2})-15$

$= 3(1+2\sqrt{2}+2)-4-4\sqrt{2}-15$

$= 3+6\sqrt{2}+6-4-4\sqrt{2}-15$

$= -10+2\sqrt{2}$

c) On résout $f(x)=0 \Leftrightarrow (3x+5)(x-3)=0 \Leftrightarrow 3x+5=0$ ou $x-3=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{-5}{3}$ ou $x=3$.

0 a deux antécédents : $\frac{-5}{3}$ et 3.

d) $f(x)=-15 \Leftrightarrow 3x^2-4x-15=-15 \Leftrightarrow 3x^2-4x=0$

$\Leftrightarrow x(3x-4)=0$ qui est une équation produit nul donc :

$\Leftrightarrow x=0$ ou $3x-4=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=\frac{4}{3}$

L'équation a deux solutions : 0 et $\frac{4}{3}$

Exercice 3 : (4,5)

1°) a- $x<2(6000-x) \Leftrightarrow x<12000-2x \Leftrightarrow x+2x<12000 \Leftrightarrow 3x<12000$

$\Leftrightarrow x<\frac{1200}{3} \Leftrightarrow x<4000$

$S_2=]-\infty;4000[$

b- Déterminer l'ensemble S_1 des solutions de l'inéquation

$6000-x<\frac{2}{3}x \Leftrightarrow -x-\frac{2}{3}x<-6000 \Leftrightarrow \frac{-3}{3}x-\frac{2}{3}x<-6000 \Leftrightarrow -\frac{5}{3}x<-6000 \Leftrightarrow$

$x>\frac{-6000}{\frac{-5}{3}} \Leftrightarrow x>-6000\times\frac{-3}{5} \Leftrightarrow x>3600$

$S_1=]3600;+\infty[$

c- $S_1 \cap S_2$ =]3600;4000[

2°) Si on appelle x l'argent en € du premier, le second aura $6000-x$ €.
La traduction de l'énoncé nous donne :

« le second ne devra pas recevoir plus des $\frac{2}{3}$ de la somme reçue par le premier » soit

$6000-x<\frac{2}{3}x$

« le premier doit avoir moins du double de la somme perçue par le second » soit
$x<2\times(6000-x)$

Donc les solutions du problème sont les nombres solutions de :

$$\begin{cases} 600-x<\frac{2}{3}x \\ x<2\times(6000-x) \end{cases} \quad \text{soit } S_1 \cap S_2 =]3600;4000[$$

Donc le premier va percevoir entre 3600 et 4000 €

Exercice 4 : $f(x)=\sqrt{5-2x}$ et $g(x)=\dfrac{2x+4}{9-2x^2}$.

Contrainte pour f : il faut $5-2x>0 \Leftrightarrow -2x>-5 \Leftrightarrow x<\dfrac{-5}{-2} \Leftrightarrow x<2{,}5$

Donc $D_f=]-\infty;2{,}5[$

Contrainte pour g : il faut $18-2x^2\neq 0 \Leftrightarrow -2x^2 \neq -18 \Leftrightarrow x^2 \neq 9$

$\Leftrightarrow x \neq \sqrt{9}$ et $x \neq -\sqrt{9} \Leftrightarrow x \neq 3$ et $x \neq -3$

D_g = IR - {-3;3}

Exercice 5 :

$$A=\left(\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}\right)\times\frac{x^2-4}{x}=\left(\frac{x+2}{(x+2)(x-2)}+\frac{x-2}{(x+2)(x-2)}\right)\times\frac{x^2-4}{x}$$

$A=\dfrac{2x}{x^2-4}\times\dfrac{x^2-4}{x}=\dfrac{2x}{x}=2$ Donc A ∈ IN