

## ♫ Baccalauréat STG Mercatique France 23 juin 2009 ♫

### EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question une seule des trois réponses proposées est correcte.

Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fautive enlève 0,25 point et l'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte de point. Si le total des points est négatif alors la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

Parmi les joueurs d'échecs inscrits à un tournoi, l'un des joueurs est surnommé « le favori ».

Sur la base des résultats passés, on admet que la probabilité que « le favori » gagne un match contre l'un quelconque des joueurs du tournoi est égale à 0,9. On suppose que les résultats des matches successifs du tournoi sont indépendants et que lorsqu'un joueur perd un match, il est éliminé du tournoi.

1. La probabilité que « le favori » perde son premier match est égale à :  
a. 0,50                      b. 0,10                      c. 0,01.
2. La probabilité que « le favori » gagne ses deux premiers matches est égale à :  
a. 0,50                      b. 0,81                      c. 0,90.
3. Sachant que « le favori » a gagné son premier match, la probabilité qu'il gagne le match suivant est égale à :  
a. 0,50                      b. 0,81                      c. 0,90.
4. La probabilité que « le favori » ne joue qu'un ou deux match est égale à :  
a. 0,19                      b. 0,20                      c. 0,09.

### EXERCICE 2

6 points

Le tableau ci dessous retrace l'évolution sur une vingtaine d'années du record du monde de natation à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes.

	Année	Rang de l'année $x_i$	Temps en secondes $y_i$
Rowdy Gaines	1981	1	49,36
Matt Biondi	1985	5	48,95
Matt Biondi	1986	6	48,74
Matt Biondi	1988	8	48,42
Alexander Popov	1994	14	48,21
Pieter Van Hoogenband	2000	20	47,84

Source. Site officiel du mouvement olympique.

Une représentation du nuage de points  $(x_i ; y_i)$  est donnée en annexe 1 à rendre avec la copie.

1. a. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au millième).  
Pour l'étude qui suit, on retient comme ajustement affine la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -0,08x + 49,2$ .

- b. Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique de l'annexe 1 à rendre avec la copie.
  - c. En utilisant ce modèle d'ajustement, donner une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.
- 2.
- a. Calculer le taux d'évolution du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes entre 1981 et 2000 (arrondir le résultat à 0,01 %).
  - b. Sur les vingt années de 1981 à 2000, le temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes a été amélioré chaque année en moyenne de 0,164 %.  
Expliquer comment obtenir ce résultat.
  - c. On suppose qu'à partir de l'année 2000 l'évolution va se poursuivre sur le même rythme, c'est-à-dire que chaque année le temps de ce record baissera de 0,164 %. Calculer, selon ce modèle, une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre hommes en 2008.
3. Pendant les jeux olympiques de Pékin, lors de l'été 2008, Eamon Sullivan a abaissé le temps du record à 47,05 secondes.  
Parmi les deux modèles précédents, indiquer celui qui donne la meilleure approximation.

**EXERCICE 3**

**5 points**

Disposant d'un capital de 10 000 euros un investisseur étudie les offres de deux banques différentes. La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3,5 % . La banque C propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 2 % du capital. Les intérêts obtenus sont augmentés d'une prime annuelle de 170 euros intégrée au capital. Ainsi, les intérêts et la prime produisent des intérêts pour l'année suivante.

**Partie A : Construction d'une feuille de calcul**

Afin de déterminer l'offre la plus intéressante, cet investisseur construit une feuille de calcul dont une copie partielle se trouve ci-dessous. Les cellules de la plage B2 :C12 sont au format monétaire.

	A	B	C
1	Rang de l'année	Banque B	Banque C
2	0	10 000,00 €	10 000,00 €
3	1	10 350,00 €	10 370,00 €
4	2		
5	3		11 132,35 €
6	4		11 524,99 €
7	5		11 925,49 €
8	6		12 334,00 €
9	7		12 750,68 €
10	8		13 175,70 €
11	9		13 609,21 €
12	40		

- 1. Donner une formule qui, entrée en cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage B3 :B12.
- 2. Donner une formule qui, entrée en cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 :C12.

**Partie B : Étude des offres**

1. On étudie l'offre de la banque B. On note, pour  $n$  entier naturel,  $b_n$  le capital en euros de l'investisseur au début de l'année  $n$ . Ainsi,  $b_0 = 10000$  et  $b_1 = 10350$ .
  - a. Indiquer si la suite  $(b_n)$  est arithmétique ou géométrique. Préciser la raison de cette suite.
  - b. Exprimer  $b_n$  en fonction de  $n$ .
  - c. En déduire que, si le capital est placé dans la banque B, alors le capital disponible au début de l'année 10 sera 14 105,99 €.
2. On étudie l'offre de la banque C. Pour  $n$  entier naturel, on note  $c_n$  le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année  $n$ . Ainsi  $c_0 = 10000$  et  $c_1 = 10370$ .
  - a. Calculer  $c_2$ .
  - b. On admet que, pour  $n$  entier naturel, on a  $c_{n+1} = 1,02c_n + 170$ .  
Donner le capital disponible au début de l'année 10.
3. L'investisseur décide de placer son capital jusqu'au début de l'année 10.  
Déterminer, parmi les deux banques B et C, celle qui propose l'offre la plus intéressante.

**EXERCICE 4**

**5 points**

Formulaire
Pour tout réel $x$ , et pour tout réel strictement positif $a$ , $a^x = e^{x \ln(a)}$
Si $u$ est une fonction dérivable sur un intervalle $I$ , alors $e^u$ est une fonction dérivable sur $I$ et $(e^u)' = u'e^u$ .

Thomas a 13 ans et demi. Il dispose de 800 € d'économies.

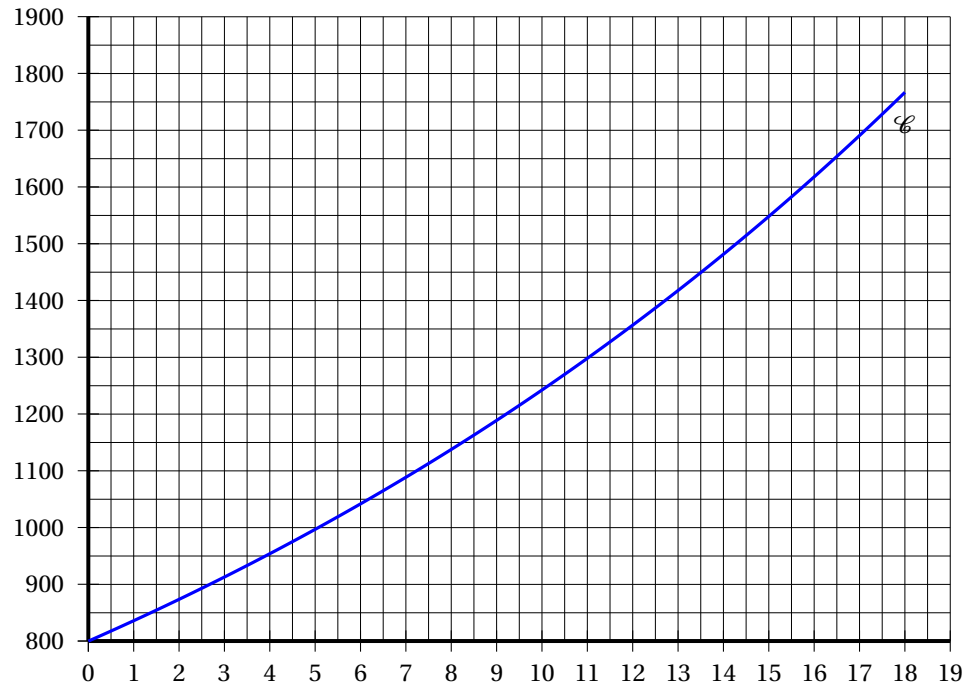
Ses parents décident de placer cet argent sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux annuel de 4,5 %.

1. Calculer, au centime d'euro près, le capital dont il disposera au bout de trois ans, c'est-à-dire sa valeur acquise au bout de trois ans.
2. On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 18]$  par

$$f(x) = 800 \times 1,045^x.$$

On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

- a. En utilisant le fait que  $1,045^x = e^{x \ln 1,045}$ , démontrer que  
 $f'(x) = 800 \ln(1,045) \times 1,045^x$ .
  - b. En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 18]$ .
3. Le nombre  $f(x)$  représente la valeur acquise d'un capital de 800 € placé pendant une durée  $x$ , en années, au taux annuel de 4,5 %. La courbe représentative  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  est donnée ci-dessous.  
On décide d'utiliser cette courbe pour estimer graphiquement la valeur acquise selon la durée du placement.



- a. Déterminer, avec la précision permise par le graphique, la valeur acquise par le capital lorsque Thomas atteindra sa majorité, soit dans quatre ans et demi.
- b. Combien d'années Thomas devra-t-il patienter pour voir doubler son capital initial?

Annexe 1 à rendre avec la copie

Record du monde du 100 m nage libre hommes

