Eléments de correction du brevet d'essai n° 2

I / ACTIVITES NUMERIQUES (/ 12)

EXERCICE 1

1. Développer $A = (4x+5)(x-3)-(x-3)^2$

$A = 4x^2 - 12x + 5x - 15 - (x^2 - 6x + 9)$

$A = 4x^2 - 7x - 15 - x^2 + 6x - 9$

$A = 3x^2 - x - 24$

2. Factoriser $A = (4x+5)(x-3)-(x-3)^2$

$A = (4x+5)(x-3)-(x-3)(x-3)$

$A = (x-3)[(4x+5)-(x-3)]$

$A = (x-3)(4x+5-x+3)$

$A = (x-3)(3x+8)$

3. Calculer $A = 3x^2 - x - 24$ pour $x = -2$.

$A = 3 \times (-2)^2 - (-2) - 24$ $A = 3 \times 4 + 2 - 24$ $A = 12 + 2 - 24$ $A = -10$

4. Résoudre l'équation $(x-3)(3x+8) = 0$.

Dire qu'un produit est nul signifie qu'au moins un de ses facteurs est nul donc

$x - 3 = 0$ ou $3x + 8 = 0$

$x = 3$ $3x = -8$

$x = -\frac{8}{3}$ Les solutions de cette équation sont 3 et $-\frac{8}{3}$

EXERCICE 2

N°1	Calculer $2x^2 - 7$ pour $x = -3$. $2 \times (-3)^2 - 7 = 2 \times 9 - 7 = 18 - 7 = 11$
N°2	Calculer $\frac{7}{5} - \frac{6}{5} \times \frac{2}{3}$. $\frac{7}{5} - \frac{6 \times 2}{5 \times 3} = \frac{7}{5} - \frac{2 \times \cancel{3} \times 2}{5 \times \cancel{3}} = \frac{7}{5} - \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$
N°3	Donner l'écriture scientifique de $\frac{14 \times 10^{-9}}{70 \times 10^2}$. $\frac{14}{70} \times 10^{-9-2} = 0{,}2 \times 10^{-11} = 2 \times 10^{-12}$
N°4	Calculer $\frac{2^4 \times 5^4 \times 10^{-2}}{10^3}$. $\frac{(2 \times 5)^4 \times 10^{-2}}{10^3} = \frac{10^4 \times 10^{-2}}{10^3} = 10^{4-2-3} = 10^{-1}$

EXERCICE 3

1. Le nombre choisi est 2. (2 + 10) × 2 + 25 = 12 × 2 + 25 = 24 + 25 = 49

Le nombre choisi est – 4. (– 4 + 10) × (– 4) + 25 = 6 × (– 4) + 25 = –24 + 25 = 1

2. 49 = 7² et 1 = 1².

3. Le nombre choisi est x. $(x+10)x + 25 = x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$ donc le résultat est toujours un carré quelque soit le nombre choisi au départ.

4. On souhaite que le résultat soit 16 donc (x + 5)² = 16 d'où $x + 5 = 4$ ou $x + 5 = -4$.

$x = 4 - 5$ $x = -4 - 5$

$x = -1$ $x = -9$

On doit choisir – 1 ou – 9 comme nombre au départ.

II / ACTIVITES GEOMETRIQUES (/ 12)

EXERCICE 1

1. Dans le triangle EFG, le plus long côté est [EG].

EG² = 5² = 25 EF² + FG² = 3² + 4² = 9 + 16 = 25

On a EG² = EF² + FG² donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle EFG est rectangle en F.

2. On a (AB) $\perp$ (DF) et (FG) $\perp$ (DF) (les points D, B, E et F étant alignés) donc les droites (AB) et (FG) sont parallèles.
3. Les droites (AG) et (BF) sont sécantes en E et les droites (AB) et (FG) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès on a les égalités $\frac{AE}{EG} = \frac{BE}{EF} = \frac{AB}{FG}$

$\frac{7}{5} = \frac{BE}{4}$ donc $BE = \frac{4 \times 7}{5} = 5{,}6$ cm.

4. En utilisant l'égalité précédente on a $\frac{AB}{3} = \frac{7}{5}$ donc $AB = \frac{7 \times 5}{3} = 4{,}2$ cm.
5. Dans le triangle DAB rectangle en B, tangente = $\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$

$\tan \widehat{DAB} = \frac{DB}{AB}$ $\quad \tan 30^\circ = \frac{DB}{4{,}2}$ $\quad DB = 4{,}2 \tan 30^\circ$ $\quad DB \approx 2{,}42$ cm

EXERCICE 2

1. Volume d'un cylindre $V_{\text{haltère}} = \pi r^2 h$ $\quad V_{\text{haltère}} = \pi \times 1{,}5^2 \times 20$ $\quad V_{\text{haltère}} = 45\,\pi$ cm^3
2. Volume d'une boule $\quad V_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\pi r^3$ $\quad V_{\text{boule}} = \frac{4}{3}\pi \times 6^3$ $\quad V_{\text{boule}} = 288\,\pi$ cm^3
3. $V_{\text{haltère}} = V_{\text{cylindre}} + 2\,V_{\text{boule}}$ $\quad V_{\text{haltère}} = 45\,\pi + 2 \times 288\,\pi$ $\quad V_{\text{haltère}} = 621\,\pi$ cm^3
   $V_{\text{haltère}} \approx 1\,951$ cm^3
4. $m = 621\,\pi \times 7{,}8 \approx 15\,217$ g soit environ 15, 217 kg.

EXERCICE 3

On range les temps dans l'ordre croissant.
48,65 ; 49,20 ; 50 ; 50,12 ; 50,13 ; 50,45 ; 51 ; 51,80 ; 51,85 ; 51,90 ; 52,05 ; 52,20 ; 52,60 ; 53,28 ; 54,80
1. L'étendue est l'écart entre les deux valeurs extrêmes donc 54,8 – 48,65 = 6,15 s.
2. Pour calculer la moyenne, on additionne tous les temps et on divise par le nombre de coureurs. $M = \frac{770{,}03}{15} \approx 51{,}3$ s
3. La série compte 15 valeurs donc la médiane est la 8$^{\text{ème}}$ valeur soit 51,8 s.

III PROBLEME (/ 12)

Partie A

1. Aire d'un rectangle = L $\times$ l $\quad \mathcal{A}_{ABCD} = AB \times BC = 6 \times 4 = 24$ cm².
2. Les points A, D et Q sont alignés donc AQ = AD – DQ. AQ = 4 – 3 = 1 cm.
   Les points A, B et M sont alignés donc BM = AB – AM. BM = 6 – 3 = 3 cm.
3. Aire d'un triangle = $\frac{\text{côté} \times \text{hauteur}}{2}$

$\mathcal{A}_{AMQ} = \frac{AM \times AQ}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = 1{,}5$ cm². $\qquad \mathcal{A}_{BMN} = \frac{BM \times BN}{2} = \frac{3 \times 3}{2} = 4{,}5$ cm².

4. $\mathcal{A}_{MNPQ} = \mathcal{A}_{ABCD} - 2\,(\mathcal{A}_{AMQ} + \mathcal{A}_{BMN})$ $\quad \mathcal{A}_{MNPQ} = 24 - 2\,(1{,}5 + 4{,}5) = 24 - 2 \times 6 = 12$ cm².

Partie B

1. AQ = AD – DQ. AQ = $4 - x$ et BM = AB – AM. BM = $6 - x$
2. $\mathcal{A}_{AMQ} = \frac{AM \times AQ}{2} = \frac{x(4-x)}{2}$ $\qquad \mathcal{A}_{BMN} = \frac{BM \times BN}{2} = \frac{x(6-x)}{2}$

3. $A_{MNPQ} = 24 - 2\left(\frac{x(4-x)}{2} + \frac{x(6-x)}{2}\right)$ $\quad A_{MNPQ} = 24 - x(4-x) - x(6-x)$

$A_{MNPQ} = 24 - 4x + x^2 - 6x + x^2$ $\quad A_{MNPQ} = 24 - 10x + 2x^2$

Partie C

1. On ne sait pas résoudre, dans le cas général, une équation du deuxième degré avec les méthodes de résolution d'équation vues en classe 3ème.

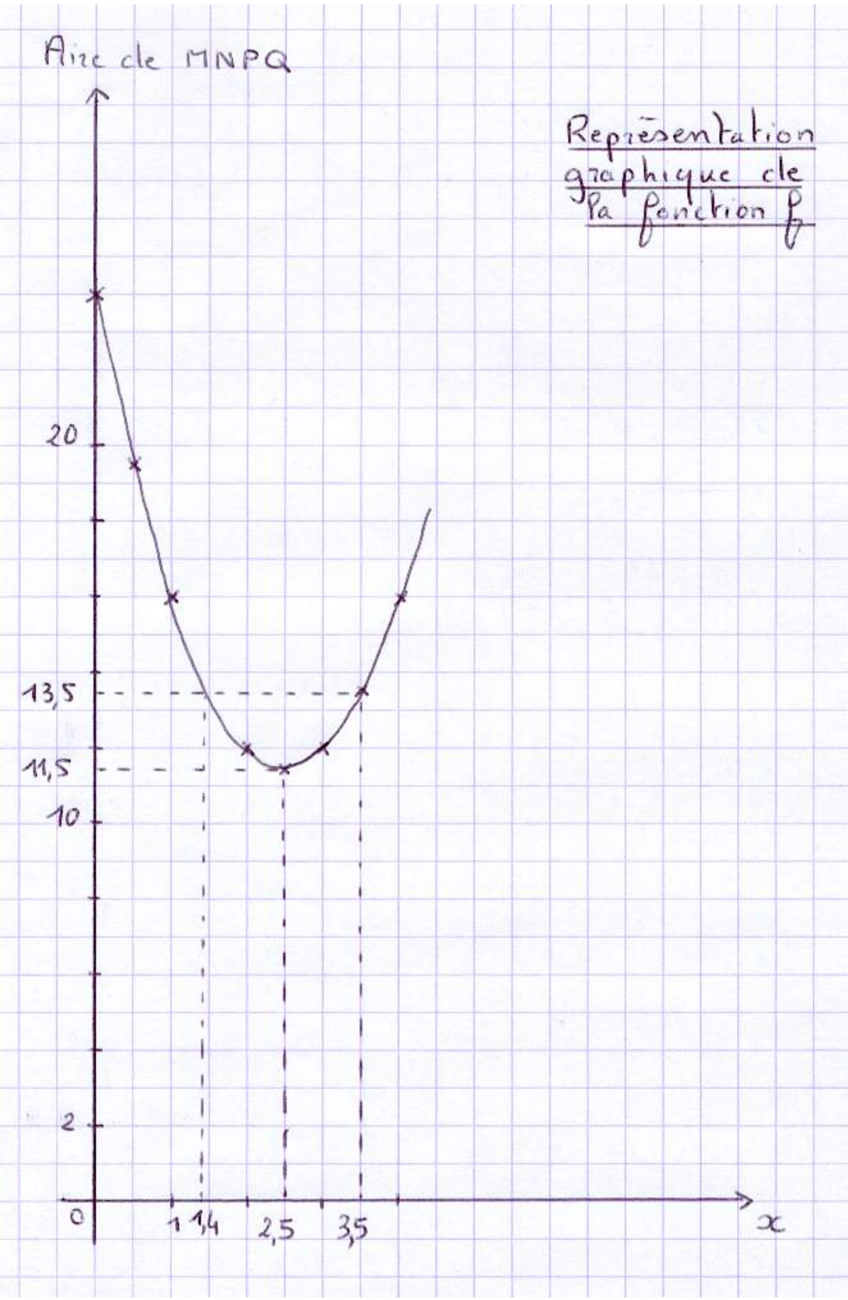
2. On a $f(x) = 2x^2 - 10x + 24$.

Exemple pour $x = 3$

$f(3) = 2 \times 3^2 - 10 \times 3 + 24$; $f(3) = 2 \times 9 - 30 + 24$ $\quad f(3) = 18 - 30 + 24$; $f(3) = 12$

x	0	0,5	1	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	24	19,5	16	12	11,5	12	13,5	16

3. graphique



4. Par lecture graphique les solutions du problème semblent être 1,4 et 3,5.

5. Sur le graphique, la valeur de x pour laquelle l'aire est minimale est 2,5 et alors cette aire est de 11,5 cm².