A - Effet sur les aires

Exercice A1

Calculer l'aire A_1 d'un carré de 6 cm de côté. $A_1 = 6^2 = 36$ cm².
Calculer l'aire A_2 d'un carré de 12 cm de côté. $A_2 = 12^2 = 144$ cm² donc $A_2 = 4\,A_1$
Le deuxième carré est un agrandissement du premier; quel est le coefficient d'agrandissement des longueurs? C'est 2 Et le coefficient d'agrandissement des aires? C'est $4 = 2^2$.

Exercice A2

Calculer l'aire A_3 d'un carré de côté a et celle A_4 d'un carré de côté $4a$. Quelle relation existe-t-il entre ces deux aires? $A_3 = a^2$ et $A_4 = (4a)^2 = 16\,a^2$ donc $A_4 = 16\,A_3$
si les longueurs sont 4 fois plus grandes l'aire devient $4^2 = 16$ fois supérieure.

B - Effet sur les volumes

Exercice V1

Calculer le volume V_1 d'un prisme droit dont la base est un carré de 5 cm de côté et dont la hauteur mesure 6 cm.

Calculer le volume V_2 d'un prisme droit de même forme mais dont les dimensions sont trois fois plus grandes que le précédent.

Quel est le coefficient d'agrandissement des volumes?

$V_{prisme} = \dfrac{S_{base} \times h}{3}$ donc $V_1 = \dfrac{5 \times 5 \times 6}{3}$
donc $V_1 = 50$ cm²
$V_2 = \dfrac{15 \times 15 \times 18}{3} = 1\,350\,cm^2$
$1\,350 \div 50 = 27 = 3^3$ c'est le coefficient d'agrandissement du volume

Exercice V2

Une balle a 6 cm de rayon et un ballon 12 cm. Calculer et comparer les deux volumes.

$V_{boule} = \dfrac{4 \times \pi \times r^2}{3}$ donc $V_{balle} = \dfrac{4 \times \pi \times 6^2}{3} = 48\,\pi\,cm^3$ et $V_{ballon} = \dfrac{4 \times \pi \times 12^2}{3} = 384\,\pi\,cm^3$

$r_{ballon} = 2 \times r_{balle}$ et $V_{ballon} = 8 \times V_{balle}$. Remarque $8 = 2^3$

SYNTHÈSE DES CONNAISSANCES

Définition (*rappels de 4°*): Lorsqu'on agrandit ou réduit une figure les dimensions de la figure obtenue sont PROPORTIONNELLES à celles de la figure de départ et les mesures des angles NE CHANGENT PAS.

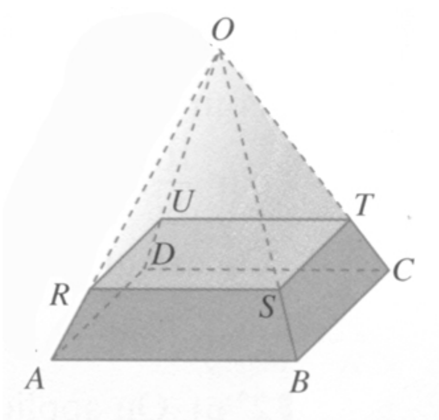
- ✿ S'il s'agit d'un AGRANDISSEMENT le coefficient est SUPÉRIEUR À 1
- ✿ S'il s'agit d'une RÉDUCTION le coefficient est INFÉRIEUR À 1

Propriété: Lorsqu'on a agrandit (ou réduit) les dimensions d'une figure avec un coefficient k

- ✲ les aires sont agrandies (ou réduites) avec un coefficient k^2
- ✲ les volumes sont agrandis (ou réduits) avec un coefficient k^3

Problème de synthèse

On considère la pyramide à base carrée OABCD de sommet O. Le carré ABCD a pour aire 9 cm² et les arêtes de le pyramide ont pour mesure 4 cm. Un plan parallèle à la base intersecte la pyramide aux $\frac{3}{5}$ de sa hauteur en partant du haut en définissant le carré RSTU.



a) Citer quatre paires de segments parallèles entre eux.
b) Représenter le triangle OAB en vraie grandeur. Quelle est la valeur du rapport $\dfrac{AO}{RO}$?
c) Par quel nombre doit-on multiplier l'aire du carré ABCD pour obtenir celle du carré RSTU ? En déduire l'aire du carré RSTU.
d) Par quel nombre doit-on multiplier le volume de la pyramide OABCD pour obtenir celui du volume ORSTU? En déduire le volume de la pyramide ORSTU.