BTS Électrotechnique

PHYSIQUE APPLIQUÉE

DURÉE : 4 heures. — COEFFICIENT : 3

COMMANDE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU

Après lecture complète du sujet, les quatre parties du problème, bien que liées, pourront être traitées de façon indépendante.

Les notation du texte sont impératives.

n : fréquence de rotation en tr/min.
Ω : vitesse angulaire de rotation en rad/s.
T_e : moment du couple électromagnétique en Nm.
T_p : moment du couple de pertes en Nm.
T_r : moment du couple de charge en Nm.
J : moment d'inertie de l'ensemble des parties tournantes en kgm^2.

Le moteur à courant continu, à excitation indépendante constante, est parfaitement compensé ; la force électromotrice est proportionnelle à la vitesse angulaire de rotation.

$E = k\Omega$ avec $k = 1,26$ V s rad^{-1} .

Le couple de pertes, de moment T_p est constant. Le moteur entraîne la charge nominale, de couple résistant constant dont le moment est noté T_r :

$$T_r = 17,4 \text{ Nm}.$$

Le moment d'inertie de l'ensemble des parties tournantes est :

$$J = 0,20 \text{ kgm}^2 .$$

L'induit à une résistance $R = 1,5\ \Omega$, son inductance est négligeable.

Une bobine de lissage, d'inductance L, non saturable, est placée en série avec l'induit du moteur. Sa résistance est négligeable.

$$L = 20 \text{ mH}$$

Tournez la page S.V.P.

On réalise les essais suivants à la vitesse nominale n_n = 1 500 tr/min :

- Essai à vide : intensité relevée

  I_v = 1,2 A.

- Essai en charge nominale :

  tension nominale : U_n = 220 V.

  courant nominal : I_n = 15 A.

Une dynamo tachymétrique placée sur l'arbre délivre une tension proportionnelle à la vitesse angulaire :

$u_t = k_t \Omega$ avec k_t = 0,255 Vs rad^{-1}

1. ETUDE DU MOTEUR A COURANT CONTINU (4 POINTS)

1.1. Calculer la fém à 1 500 tr/min. Calculer le moment T_p du couple de pertes .
Dans la suite du problème on prendra : T_p = 1,5 Nm.

1.2. Le moteur tourne à la vitesse n = 800 tr/min et fournit le couple nominal (T_r = 17,4 Nm). Calculer la tension d'alimentation de l'ensemble, U.

1.3. Au point de fonctionnement nominal (n_n = 1 500 tr/min ; T_r = 17,4 Nm), évaluer :

- la puissance électrique P_a absorbée par l'induit,

- le moment T_e du couple électromagnétique,

- la puissance utile P_u,

- le rendement η de l'induit du moteur.

1.4. Le moteur tourne à vide sous tension nominale, calculer la fréquence de rotation n_o en tours par minute.

1.5. La machine est alimentée sous tension nominale. Evaluer la variation de vitesse $|\delta n|$ lorsque le couple de charge varie de 0 à 100 % du couple nominal.

2. ETUDE DU HACHEUR SERIE (5 POINTS) :

Le moteur est alimenté par un hacheur série (fig. 1 page 7) lui-même alimenté par une tension continue V = 320 volts.

Le transistor Tr, supposé parfait, fonctionne en commutation (fig. 2, page 7) :

$v_{be} > 0$ Tr saturé, $i_s > 0$, $v_{ce} = 0$;

$v_{be} < 0$ Tr bloqué, $i_s = 0$.

Les durées de commutation sont négligées. La période du hacheur est T = 0,50 ms.
Le rapport cyclique est $\alpha = t_1/T$.
La diode est supposée parfaite.

L'étude est faite dans le cas du régime permanent et de la conduction ininterrompue.

2.1 Etablir, avec toutes les justifications nécessaires, l'expression de U_{moy} en fonction de E, R et I_{moy} . (U_{moy} et I_{moy} sont les valeurs moyennes de u et i).

2.2. Pour $\alpha = 0{,}40$, représenter graphiquement u(t) sur le document réponse n° 1, à rendre avec la copie. Déterminer la valeur de U_{moy} en fonction de V et α.

2.3 Le rapport cyclique est $\alpha = 0{,}40$. Calculer la fém E et la vitese n du moteur à vide puis à charge nominale (n en tours par minute).

2.4. Etude du courant d'intensité i(t) pendant chaque phase de fonctionnement du hacheur. On néglige la résistance R du moteur.

2.4.1. Etablir les équations différentielles vérifiées par i(t) pendant chaque phase.

2.4.2. En déduire les expressions de i(t) pendant chaque phase. On notera i_{min} et i_{max} les valeurs minimales et maximales de l'intensité du courant.

2.4.3. Le moteur fonctionne à vide, avec $\alpha = 0{,}40$. Calculer :

- la valeur moyenne I_{moy} de i(t),

- l'ondulation du courant $\delta i = i_{max} - i_{min}$,

- les valeurs extrêmes i_{max} et i_{min} de $i(t)$.

Donner l'allure de $i(t)$ sur le document réponse n° 1 à rendre avec la copie, en précisant les valeurs numériques.

3. ETUDE DU BOUCLAGE DE LA COMMANDE (8 POINTS) :

3.1. COMMANDE EN BOUCLE OUVERTE :

Le moteur entraîne la charge de couple résistant constant $T_r = 17{,}4$ Nm. On rappelle que $J = 0{,}20$ kgm ^{2} . Le moteur est alimenté par une tension continue comme l'indique le schéma (fig. 3, page 7). L'amplificateur de puissance vérifie :

$$A = \frac{u}{u_{ec}} = 19{,}8$$

3.1.1. Etablir la relation liant les grandeurs électriques : u_e, u_1, i, E, R et A.

3.1.2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\Omega(t)$ en fonction de J, T_r, T_p et T_e.

3.1.3. Rappeler la relation entre T_e et i. Etablir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par $\Omega(t)$ en fonction de J, T_r, T_p, R, u_e, u_1, k et A.

Pour quelle valeur u_{10} de u_1 peut-elle se mettre sous la forme simplifiée suivante ?

$$\Omega + \frac{J\ R}{k^2}\ \frac{d\Omega}{dt} = A\,\frac{u_e}{k}$$

Dans la suite du problème, on suppose que u_1 a précisément cette valeur u_{10}.

Exprimer la constante de temps du système et calculer sa valeur numérique.

3.1.4. En utilisant la transformation de Laplace, la fonction de transfert du système moteur-charge est $F_{(p)} = \dfrac{\Omega(p)}{U_e(p)}$.

$\Omega(p)$: transformée de Laplace de $\Omega(t)$,

$U_e(p)$: transformée de Laplace de $u_e(t)$.

A l'instant $t = 0$ on a $\Omega = 0$. Montrer que $F(p)$ peut se mettre sous la forme :

$$F(p) = \frac{F_0}{1 + ap} = \frac{15,7}{1 + 0,189p}$$

3.1.5. Pour l'étude dynamique, la consigne $u_e(t)$ est un échelon de tension (fig. 4, page7). Etablir par la méthode de votre choix, l'expression de $\Omega(t)$, réponse du système initialement au repos. Donner les expressions de la fréquence de rotation n(t) et du courant i(t) qui traverse l'induit. En combien de temps le moteur atteint-il le régime permanent à 5 % près ?

3.1.6. Donner l'allure des courbes n(t) et i(t) sur le document réponse n° 2 à rendre avec la copie. Préciser la vitesse du régime permanent puis l'intensité du courant de démarrage. Que deviendrait cette intensité pour un échelon u_{e0} = 10 V ?
Quel dispositif serait-il nécessaire d'inclure dans le système ?

3.2. COMMANDE EN BOUCLE FERMEE :

Le montage est maintenant celui du schéma (fig. 5, page 8). Il peut être représenté par le diagramme fonctionnel donné fig. 6, page 8).

3.2.1. Montrer que l'expression littérale de $F_b(p)$, fonction de transfert du système bouclé, peut se mettre sous la forme :

$$F_b(p) = \frac{\Omega(p)}{U_e(p)} = \frac{F_{bo}}{1 + bp}$$

Donner les valeurs numériques de F_{bo} et b. Comparer les constantes de temps du système bouclé et du système en boucle ouverte.

3.2.2. La consigne u_e est un échelon de tension comme sur la figure 4, mais avec u_{eo} = 5,0 V. Quelle est l'expression de la réponse n(t) du moteur asservi initialement au repos. En combien de temps, le moteur atteint-il sa vitesse de régime à 5 % près ? Comparer au résultat obtenu à la question 3.1.5.

3.2.3. Tracer l'allure de n(t) sur le document réponse n°2 en précisant la valeur numérique de la vitesse du régime permanent.

4. ETUDE DU COMPARATEUR (3 POINTS)

Le comparateur est réalisé comme l'indique le schéma (fig. 7, page 8). Les amplificateurs opérationnels sont parfaits ; ils sont alimentés par une alimentation symétrique fournissant les deux tensions $+V_{cc}$ et $-V_{cc}$, avec $V_{cc} = 12{,}0$ volts.

4.1. Exprimer les valeurs de U_{th} et R_{th}, éléments du modèle de Thévenin équivalant au montage de la figure 8, page 8 vu des bornes E_1 et M, en fonction de V_{cc}, R et x. x exprime la position du curseur sur le potentiomètre ($0 \leqslant x \leqslant 1$).

Quelle valeur faut-il donner à x pour avoir : $u_1 = 1{,}136$ V ?

4.2. A partir du schéma de la figure 7, établir la relation :

$v_{s1} = f(u_e, u_1, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5)$.

Montrer que $v_{s1} = u_e + u_1$.

4.3. Etablir l'expression de v_{s2} en fonction de v_{s1}, u_t, R_6, R_7, R_8 et R_9.

Comment peut-on réaliser : $v_{s2} = v_{s1} - u_t$?

Exprimer alors v_{s2} en fonction de u_e, u_1 et u_t.

5. TRANSFORMATION DE LAPLACE : a) Fonctions usuelles :

$\mathcal{L}(U(t)) = \frac{1}{p}$ $\quad$ $\mathcal{L}(tU(t)) = \frac{1}{p^2}$ $\quad$ $\mathcal{L}(t^n U(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}}$ $(n \in \mathbb{N})$

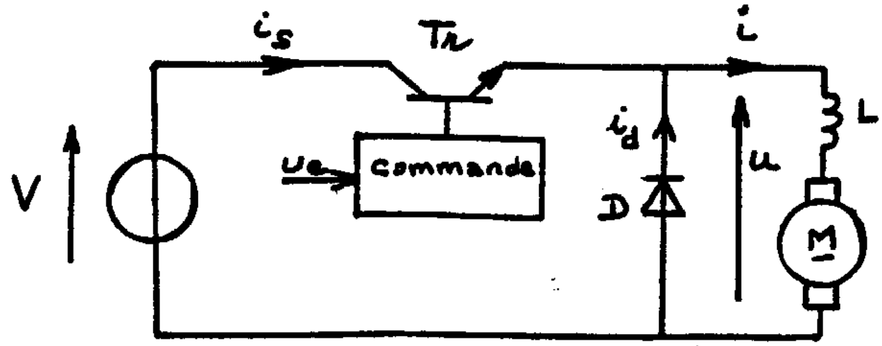
$\mathcal{L}(\delta(t)) = 1$ $\quad$ $\mathcal{L}(e^{-at}U(t)) = \frac{1}{p+a}$

$\mathcal{L}(\sin \omega t \ U(t)) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$ $\quad$ $\mathcal{L}(\cos \omega t \ U(t)) = \frac{p}{p^2+\omega^2}$

b) Propriétés :

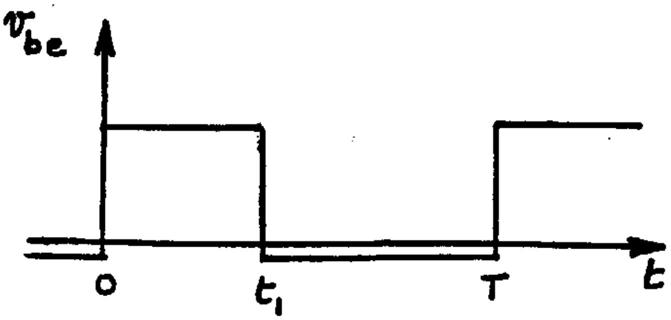
$$f(t) \underset{\mathcal{L}^{-1}}{\overset{\mathcal{L}}{\rightleftarrows}} F(p)$$

$f(\alpha t)$ $\quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau)\,U(t-\tau)$	$F(p)\,e^{-\tau p}$
$f(t)e^{-at}$	$F(p+a)$
$f'(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t)$	$p^2F(p) - pf(0^+) - f'(0^+)$
$-tf(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u)\,du$	$\frac{F(p)}{p}$
$\frac{f(t)}{t}$	$\int_p^{+\infty} F(u)\,du$
$\int_0^t f(u)\,g(t-u)\,du$	$F(p)\,G(p)$
f périodique, de période T	$F_0(p)\,\frac{1}{1-e^{-pT}}$ où $F_0(p) = \int_0^T f(t)e^{-pt}\,dt$



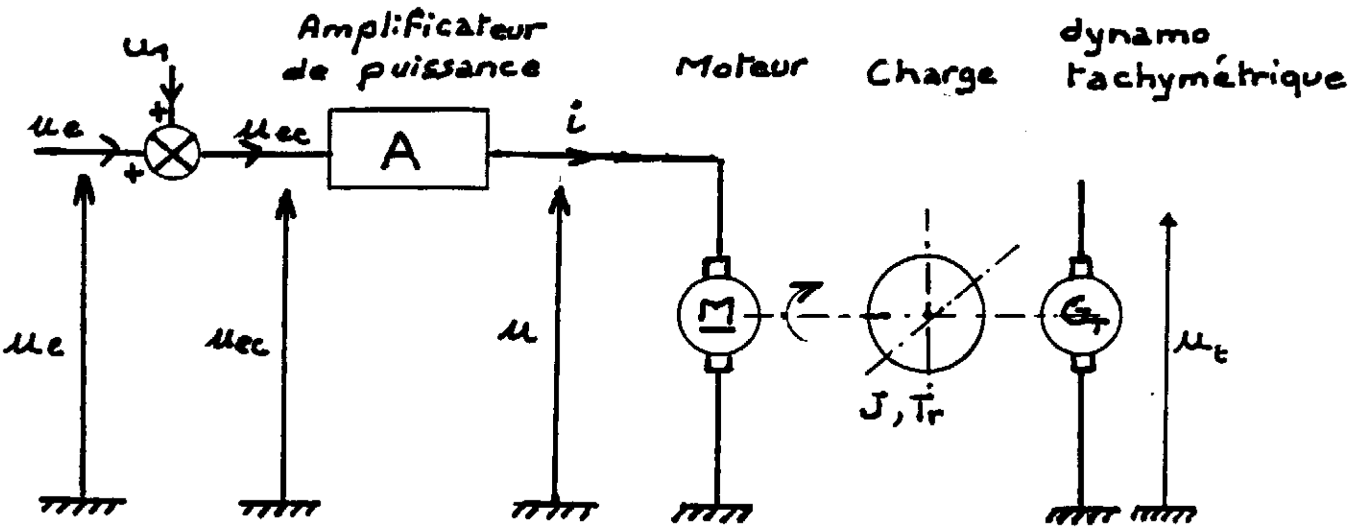
$V = 320\ V$

- fig 1 -

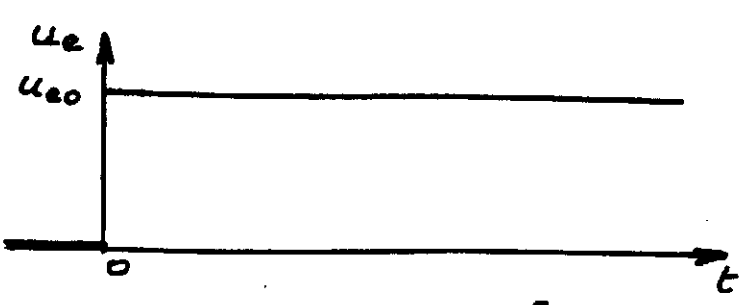


$f = 2\ kHz$

- fig 2 -



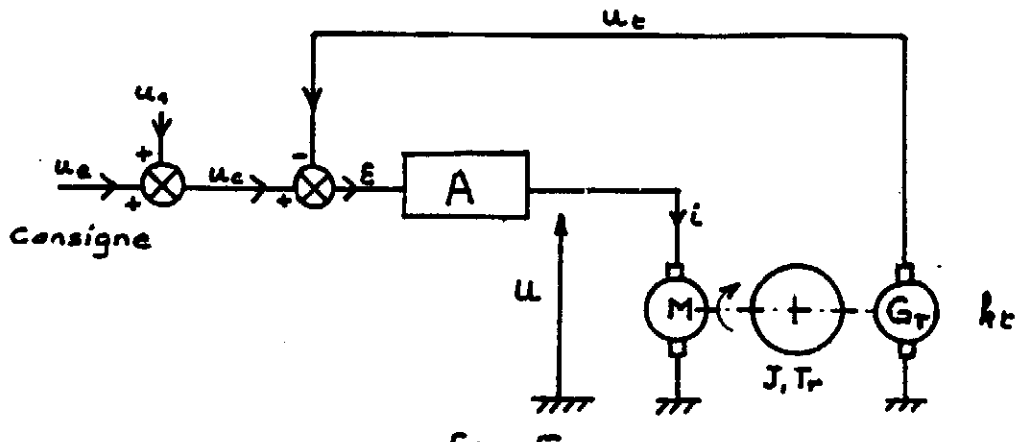
- fig 3 -



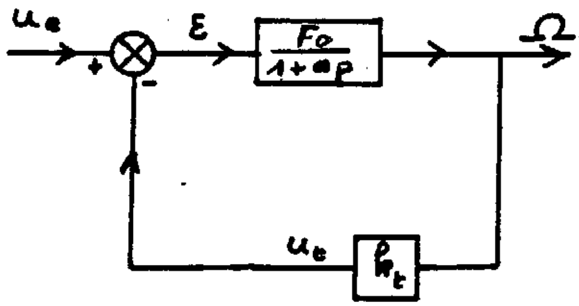
$u_{eo} = 1{,}0\ V$

- fig 4 -

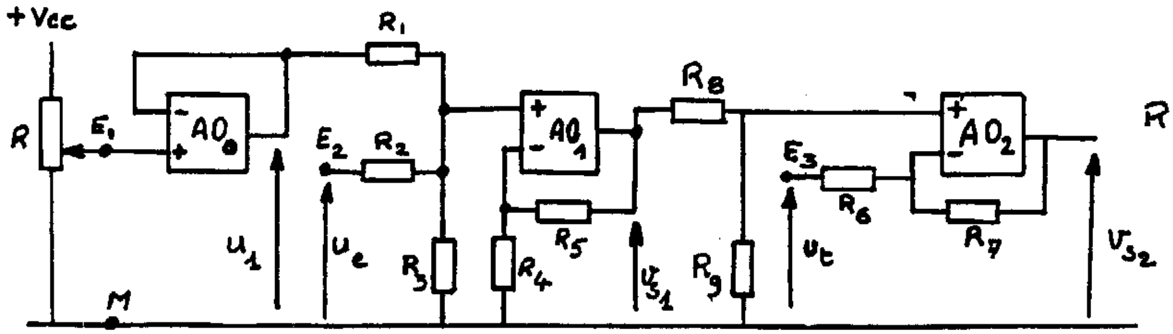
Tournez la page S.V.P.



- fig 5 -



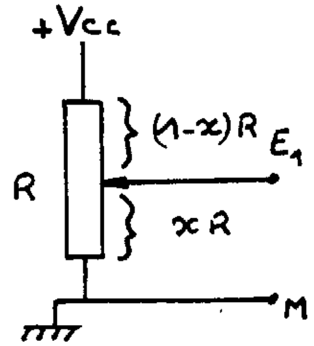
- fig 6 -



$R_1 = R_2 = R_3 = 47\,k\Omega$

$R_5 = 2\,R_4$

- fig 7 -



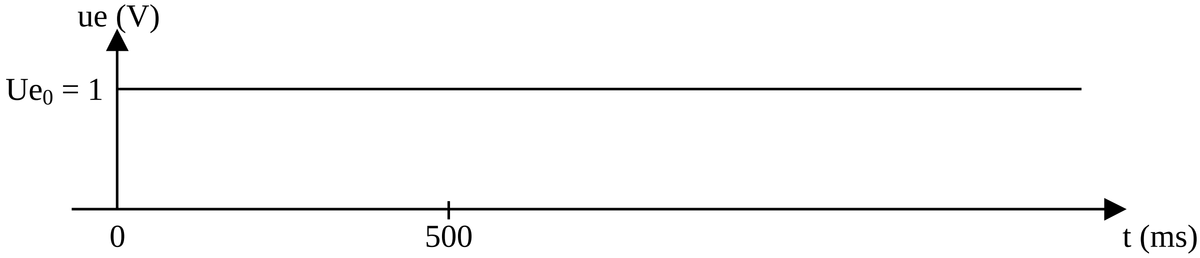
- fig 8 -

Document réponse n°1

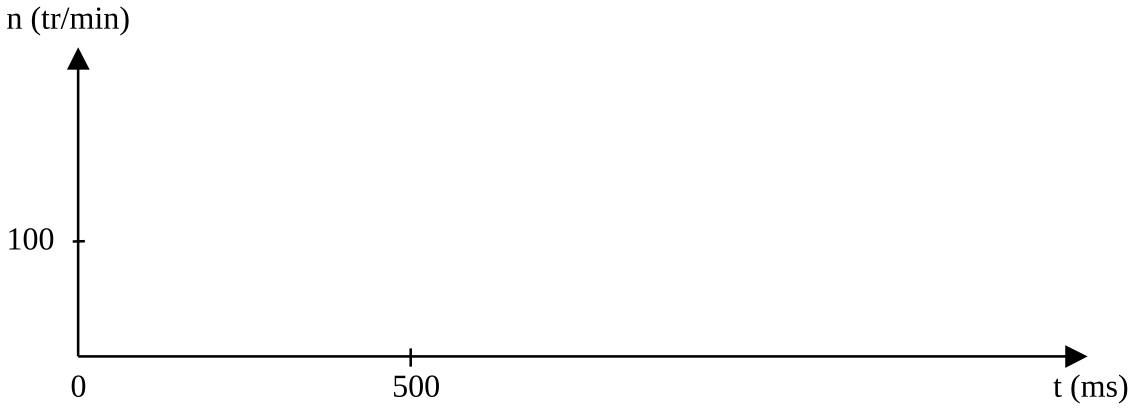
2-2

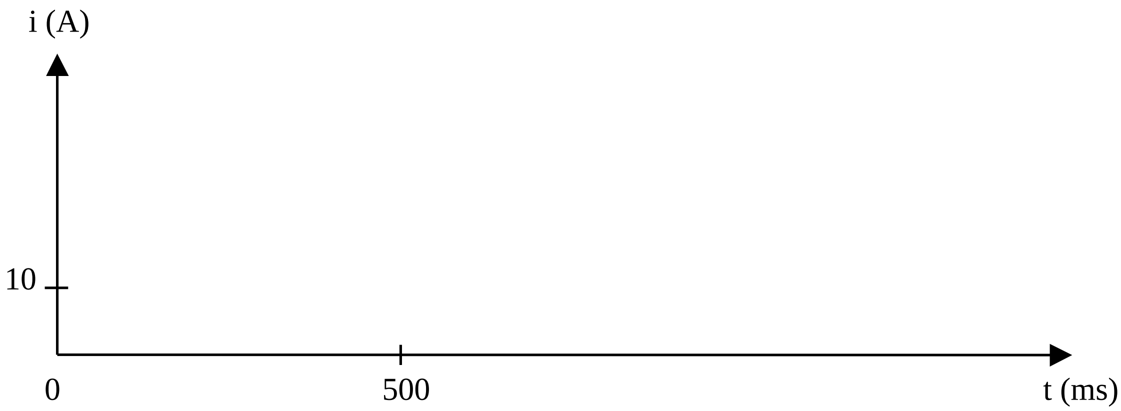
2-4-3

Document réponse n° 2



3-1-6





3-2-3